FUNDAÇÃO
GETULIO VARGAS

EPGE
Escola de Pós-Graduação
em Economia

Ensaios Econômicos

Escola de
Pós-Graduação
em Economia
da Fundação
Getulio Vargas

N° 158 ISSN 0104-8910

Política Monetária Ótima no Combate à Inflação

Fernando de Holanda Barbosa

Janeiro de 1990

URL: http://hdl.handle.net/10438/416

```
     de Holanda Barbosa, Fernando
        Política Monetária Ótima no Combate à Inflação/
Fernando de Holanda Barbosa - Rio de Janeiro :  FGV,EPGE, 2010
        (Ensaios Econômicos; 158)

        Inclui bibliografia.

                                             CDD-330
```

POLÍTICA MONETÁRIA ÓTIMA NO COMBATE À INFLAÇÃO

Fernando de Holanda Barbosa[**]

1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo estabelecer uma política monetária ótima para o combate.à inflação, numa economia em que a inflação tem uma componente inercial. Esta componente deve-se à existência de contratos com mecanismos de indexação baseados na inflação passada. O significado da palavra ótima aquí é de que a trajetória da quantidade de moeda é escolhida de sorte a minimizar o custo social do programa de estabilização. A formulação do problema leva a uma aplicação da teoria do controle ótimo, em que as variáveis de estado são o hiato do produto e a taxa de inflação, e a variável de controle é a taxa de crescimento da quantidade de moeda.

O trabalho está organizado do seguinte modo. A Seção 2 apresenta o modelo estilizado da economia, discute a especificação da função de custo social do programa de estabilização, e trata de resolver analiticamente o problema de controle. A Seção 3 contém dois exemplos que ilustram a aplicação da política monetária ótima desenvolvida na seção precedente. A Seção 4 apresenta as conclusões do trabalho.

2. Custo do Programa de Estabilização e Política Monetária Ótima

The social cost of the stabilization program depends on the output gap h and the rate of inflation ### according to the function.

$$C = C\,(h, \#\#\#) \qquad (1)$$

que satisfaz as seguintes propriedades:

$$\frac{\partial C}{\partial h} \gtreqless 0 \Leftrightarrow h \gtreqless 0 \quad e \quad \frac{\partial C}{\partial \pi} > 0$$

O custo marginal do hiato aumenta em valor absoluto quando o produto se afasta do produto potencial, e o custo marginal da inflação cresce com a taxa de inflação. Supõe-se, também que a função de custo C( ) é convexa, o que significa dizer que a sua matriz hessiana é positiva semi-definida.

Admitiremos, por simplicidade, que a função de custo é aditiva nas variáveis h e π, e que ela pode ser escrita como:

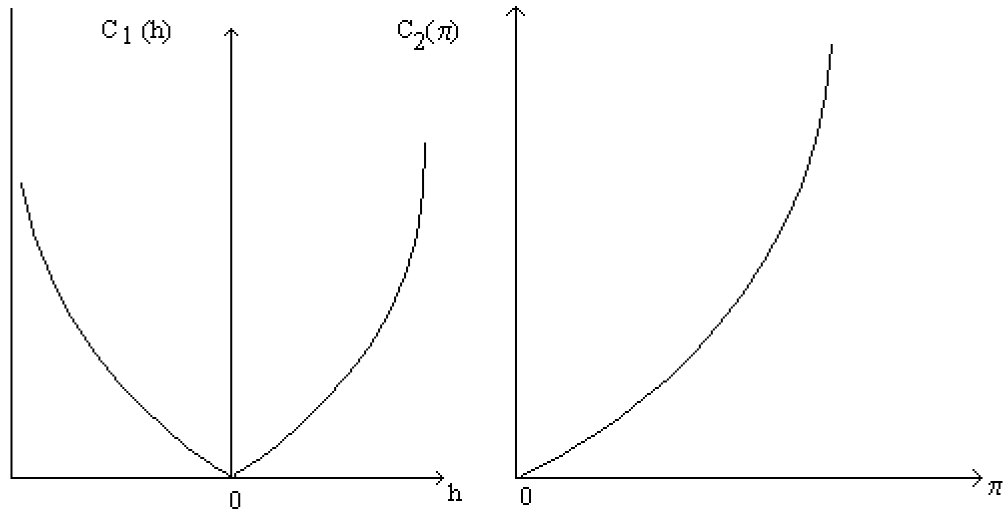
$$C = C_1(h) + C_2(\#\#\#) = \Phi_1\, h^2 + \Phi_2\, \pi^2 \qquad (2)$$

[**] Professor da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas.

As funções $C_1(h)$ e $C_2(\pi)$ estão representadas na Figura 1. Nesta função o custo de manter-se a economia num nível de produção diferente do produto de pleno emprego é o mesmo, quer a economia esteja em recessão ou superaquecida, e o custo marginal da inflação aumenta linearmente com a taxa de inflação.

A função de custo (2) poderia ser generalizada pela função quadrática convexa:

$$C = (h, \pi) = \Phi_{11}\ h^2 + 2\ \Phi_{12}\ h\ \pi + \Phi_{22}\ \pi^2$$



a) Custo do hiato

b) Custo da Inflação

Figura 1.<u>Custo do Programa de Estabilização</u>

onde a matriz Φ

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} \end{bmatrix}$$

é positiva semidefinida. A função de custo (2) é, então, um caso particular de (3) fazendo-se $\Phi_{12} = 0$.

Quando a sociedade deseja atinjir uma determinada meta da taxa de inflação, diferente de zero, a função de custo pode incorporar este objetivo, bastando para isto que se faça a seguinte modificação:

$$C = (h, \pi) = \Phi_{11}\ h^2 + 2\ \Phi_{12}\ h\ (\pi - \overline{\pi}) + \Phi_{22}\ (\pi - \overline{\pi})^2$$

onde $\overline{\pi}$ é a meta da taxa de inflação. Uma interpretação alternativa para esta formulação baseia-se no fato de que um dos custos sociais da inflação resulta da inflação não antecipada e não da inflaçào propriamente dita. nesta interpretação $\overline{\pi}$ representa a taxa de inflação esperada, e $\pi - \overline{\pi}$ é a taxa de inflação não antecipada.

A economia estilizada em que a inflação tem uma componente inercial é descrita pelas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\pi} = a_{11}\ \pi + a_{12}\ h + b_1\ \mu \qquad (3)$$

$$\dot{h} = a_{21}\ \pi + a_{22}\ h + b_2\ \mu \qquad (4)$$

onde um ponto em cima de uma variável é a derivada dela com relação ao tempo(e.g. $\dot{\pi}$=d###/dt), as letras a_{ij} e b_i, i, j, = 1,2, representam parâmetros e μ é a taxa de crescimento da quantidade de moeda. Para que a economia seja estável admitiremos que os elementos da matriz A,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

são tais que seu traço seja negativo:

$tr\ A = a_{11} + a_{22} < 0$

e que seu determinante seja positivo:

###A### $= a_{11}\ a_{22} - a_{12}\ a_{21} > 0$

Admitiremos, também, que no longo prazo quando o hiato do produto for constante e igual a zero, a taxa de inflação será constante e igual à taxa de crescimento da quantidade de moeda. Para que isto ocorra, as seguintes restrições devem ser satisfeitas:

$b_1 + a_{11} = 0$

$b_2 + a_{21} = 0$

O problema da política monetária ótima consiste na escolha da taxa de expansão monetária μ, de tal sorte que o valor atual do custo social do programa de estabilização seja minimizado, com a condição de que as equações de estado da economia sejam satisfeitas. Formalmente, o problema é o seguinte:

$$\underset{\#\#\#}{\text{minimizar}} \int_0^\infty e^{-\rho t}\ (\Phi_1\ h^2 + \Phi_2\ \pi^2)\ dt$$

sujeito às restrições:

$$= a_{11}\ \pi + a_{12}h - a_{11}\ \mu$$

$$= a_{21}\ \pi + a_{22}h - a_{21}\ \mu$$

onde ### é a taxa de desconto intertemporal, que supõe-se constante ao longo do programa de estabilização.

Resta ainda para completar a especificação do problema, descrever as condições iniciais da economia. Admitiremos que antes do início do programa a economia estava em pleno emprego e que a moeda vinha crescendo a uma taxa constante e igual a μ*, como indicado na Figura 2.

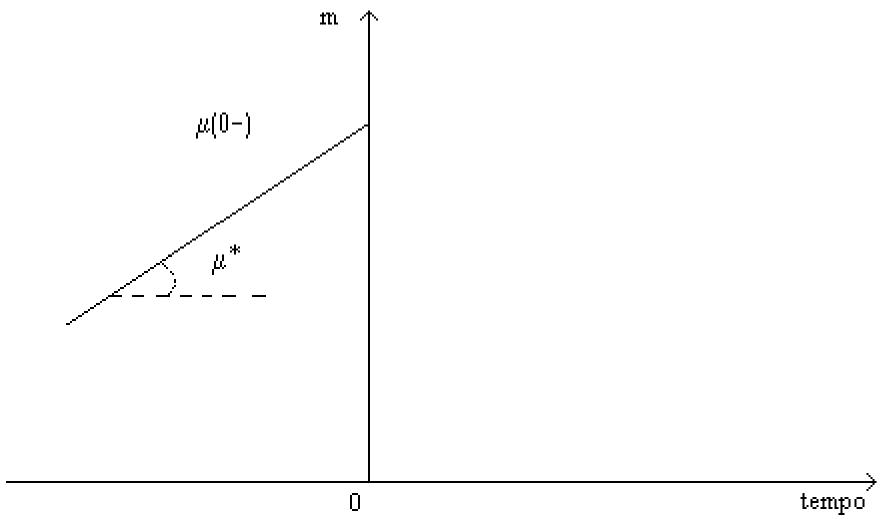


Figura 2.Trajetória do Estoque de Moeda Antes do Programa de Estabilização

Num modelo onde a inflação tem uma componente inercial, a taxa de inflação e o hiato do produto no momento t = 0 podem mudar instantaneamente, se a política monetária for alterada, seja quanto ao estoque de moeda no instante inicial, m(0), seja quanto à taxa de crescimento do estoque de moeda, μ(0). O modelo supõe que exista uma Curva de Phillips do tipo

$$\pi = \pi^{i} + \delta h \tag{6}$$

onde ###^{i} ié a componente inercial e ### é um parâmetro. Se no instante inercial ###^{i}(0)=### *, os valores iniciais de ###(0) e h(0) devem satisfazer::

###(0) = ### + ### h (0)* (7)

Outra condição que deve ser satisfeita no instante inicial é obtida eliminando-se μ das equações (3) e (4). Isto é:

$$\dot{\pi}(0) = \frac{|A|}{a_{21}}\, h(0) + \frac{a_{11}}{a_{21}}\, \dot{h}(0) \tag{8}$$

Estas duas condições iniciais, equações (7) e (8), serão úteis mais adiante na determinação do controle ótimo. Adicionalmente, iremos usar a hipótese de que a solução de controle ótimo converge para a solução de equilíbrio no longo prazo, $\pi = 0$ e $h = 0$, no problema de controle ótimo com horizonte infinito.

Política Monetária: O Controle Ótimo

A solução do problema de minimização do custo social do programa de estabilização é obtida a partir do Hamiltoniano de valor corrente H, definido por:

$$H = \Phi_1\, h \;\; + \Phi_2\, \pi^2 + \lambda_1 \left[a_{11}\, \pi + a_{12}\, h - a_{11}\, \mu\right] + \lambda_2 \left[a_{21}\, \pi + a_{22}\, h - a_{21}\, \mu\right]$$

onde ###$_1$ e ###$_2$ são duas variáveis de co-estado. Rearranjando-se alguns termos, a expressão de H transforma-se em:

$$H = \Phi_1\, h^2 + \Phi_2\, \pi^2 + (\lambda_1\, a_{11} + \lambda_2\, a_{21})\, \pi + (\lambda_1\, a_{12} + \lambda_2\, a_{22})\, h - (\lambda_1\, a_{11} + \lambda_2\, a_{21})\, \mu$$

O Hamiltoniano H é linear na variável de controle ###, a taxa de crescimento da quantidade de moeda. Se o coeficiente de μ for igual a zero, para algum intervalo de tempo, o Princípio do Máximo de Pontryagin não pode ser aplicado pois H independe do valor da variável de controle. Neste caso tem-se, então, um controle singular. As condições necessárias para a solução deste problema são dadas pelas seguintes equações:

$$\left\{ \begin{aligned} & \lambda_1\, a_{11} + \lambda_2\, a_{21} = 0 \\ & \dot{\lambda}_1 = \rho \lambda_1 - \frac{\partial H}{\partial \pi} \\ & \dot{\lambda}_2 = \rho \lambda_2 - \frac{\partial H}{\partial H} \\ & \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \dot{\pi} \\ & \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = \dot{h} \end{aligned} \right.$$

As derivadas parciais de H com relação a π, h, λ_1 e λ_2 são iguais a::

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = -(\lambda_1 a_{11} + \lambda_2 a_{22})$$

$$\frac{\partial H}{\partial \pi} = 2\Phi_2 \pi + (\lambda_1 a_{11} + \lambda_2 a_{21})$$

$$\frac{\partial H}{\partial h} = 2\Phi_1 h + (\lambda_1 a_{12} + \lambda_2 a_{22})$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = a_{11} \pi + a_{12} h - a_{11} \mu$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = a_{21} \pi + a_{22} h - a_{21} \mu$$

Substituindo-se os valores destas derivadas parciais nas equações anteriores, obtém-se:

$$\lambda_1 a_{11} + \lambda_2 a_{21} = 0 \qquad (9)$$

$$\dot{\lambda}_1 = \rho\lambda_1 - 2\Phi_2 \pi - (\lambda_1 a_{11} + \lambda_2 a_{21}) \qquad (10)$$

$$\dot{\lambda}_2 = \rho\lambda_2 - 2\Phi_1 h - (\lambda_1 a_{12} + \lambda_2 a_{22}) \qquad (11)$$

$$\dot{\pi} = a_{11} \pi + a_{12} h - a_{11} \mu \qquad (12)$$

$$\dot{h} = a_{21} \pi + a_{22} h - a_{21} \mu \qquad (13)$$

onde a primeira equação foi repetida por conveniência. O problema consiste, então, em resolver este sistema de cinco equações nas variáveis ###$_1$, ###$_2$, ###, h, e ###. Para esta finalidade adotamos o procedimento de eliminar as variáveis ###$_1$ e ###$_2$,reduzindo o sistema a três equações. Começamos combinando as equações (9) e (11), e obtendo:

$$\dot{\lambda}_1 = (\rho + \frac{a_{21}\, a_{12}}{a_{11}} - a_{22})\, \lambda_1 + 2\,\Phi_1\, \frac{a_{21}}{a_{11}}\, h$$

Em virtude da equação (9), a equação (10) pode ser escrita como:

$$\dot{\lambda}_1 = \rho\, \lambda_1 - 2\, \Phi_2\, \pi \tag{14}$$

Substituindo-se esta expressão na anterior resulta:

$$\lambda_1 = \frac{2\,\Phi_1\, a_{21}}{|A|}\, h + \frac{2\,\Phi_2\, a_{11}}{|A|}\, \pi \tag{15}$$

Derivando-se esta equação com relação ao tempo, tem-se:

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{2\,\Phi_1\, a_{21}}{|A|}\, \dot{h} + \frac{2\,\Phi_2\, a_{11}}{|A|}\, \dot{\pi} \tag{16}$$

Substituindo-se os valores de $\dot{\lambda}_1$ e λ_1 dados pelas equações (15) e (16) na equação (14) resulta:

$$a_{11}\, \Phi_2\, \dot{\pi} + a_{21}\, \Phi_1\, \dot{h} = \Phi_2\, (a_{11}\, \rho - |A|)\, \pi + \Phi_1\, a_{21}\, \rho\, h \tag{17}$$

Com esta equação eliminamos λ_1 e λ_2. Deve-se, agora, resolver o seguinte sistema nas variáveis π, h, e μ:

$$\begin{cases} \dot{\pi} = a_{11}\, \pi + a_{12}\, h - a_{11}\, \mu & (3a) \\ \dot{h} = a_{21}\, \pi + a_{22}\, h - a_{21}\, \mu & (4a) \\ \Phi_2\, \dot{\pi} + a_{21}\, \Phi_1\, \dot{h} = \Phi_2\, (a_{11}\, \rho - |A|)\, \pi + \Phi_1\, a_{21}\, \rho h & (17a) \end{cases}$$

Das equações (3a) and (4a), obtém-se:

$$a_{21}\, \dot{\pi} - a_{11}\, \dot{h} = -|A|\, h \tag{18}$$

O sistema de equações formado por (17a) e (18) pode ser escrito como::

$$\begin{bmatrix} a_{11}\Phi_2 & a_{21}\,\Phi_1 \\ a_{21} & -a_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\pi} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_2\,(a_{11}\,\rho - |A|) & \Phi_1\, a_{21}\, \rho \\ 0 & -|A| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi \\ h \end{bmatrix}$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix}\dot{\pi}\\ \dot{h}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12}\\ d_{21} & d_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\pi\\ h\end{bmatrix} \qquad (19)$$

onde a matriz D = $\{d_{ij}\}$ é igual a:

$$D = \frac{1}{a_{11}^2\ \Phi_2 + a_{21}^2\ \Phi_1}\begin{bmatrix} a_{11}\ \Phi_2\ (a_{11}\ \rho - |A|) & \Phi_1\ a_{21}\ (a_{11}\ \rho - |A|)\\ a_{21}\ \Phi_2\ (a_{11}\rho - |A|) & \Phi_1\ a_{21}^2\ \rho + a_{11}\ \Phi_2\ |A| \end{bmatrix} \qquad (20)$$

O traço desta mariz e seu determinante são:

tr D = ### > 0 (21)

$$|D| = \frac{\Phi_2\ (a_{11}\ \rho - |A|)\ \ |A|}{a_{11}^2\ \Phi_2 + a_{21}^2\ \Phi_1} < 0 \qquad (22)$$

Os sinais destas desigualdades resultam do fato de que a taxa de desconto intertemporal é positiva, o traço de A é negativo e o determinante de A é positivo..

O sistema de equações diferenciais de primeira ordem (19) produz duas equações diferenciais de segunda ordem para a taxa de inflação (###) e para o hiato do produto (h), Elas são :

$$\ddot{\pi} = (tr\ \ D)\ \dot{\pi} + |D|\ \pi = 0 \qquad (23)$$

$$\ddot{h} - (tr\ \ D)\ \dot{h} + |D|\ h = 0 \qquad (24)$$

Como o traço da matrix D é positivo e o determinante de D é negativo, as duas raízes da equação característica associada à equação diferencial têm sinais contrários. Para que o sistema convirja para a solução de longo prazo escolhe-se a raiz negativa, que denominaremos por -q. Logo, as soluções de π e h são dadas por:

$$\pi = C_1\ c^{-qt} \qquad (25)$$

$$h = C_2\ e^{-qt} \qquad (26)$$

onde C_1 e C_2 são duas constantes, que dependem das condições iniciais da economia dadas pelas equações (7) e (8). Com a finalidade de analisar o que acontece no instante inicial em que o programa de estabilização é implantado utilizaremos um diagrama de fases, com a taxa de inflação marcada no eixo vertical e o hiato do produto no eixo horizontal, como indicado na Figura 3.

A partir do sistema de equações (19) obtém-se, com um pouco de álgebra, as seguintes equações de $\dot{\pi}$ e $\dot{h}$:

$$\dot{\pi} = \frac{a_{11}\,\Phi_2\,(a_2\,\rho - |A|)}{a_{11}^2\,\Phi_2\, + a_{21}^2\,\Phi_1}\,\pi + \frac{a_{21}\,\Phi_1\,(a_{11}\rho - |A|)}{a_{11}^2\,\Phi_2\, + a_{21}^2\,\Phi_1}\quad h$$

$$\dot{h} = \frac{\Phi_2\,a_{21}\,(a_{11}\,\rho - |A|)}{a_{11}^2\,\Phi_2\, + a_{21}^2\,\Phi_1} \quad + \frac{a_{21}^2\,\Phi_1\,\rho + a_{11}\,\Phi_2\,|A|}{a_{11}^2\,\Phi_2\, + a_{21}^2\,\Phi_1}\ h$$

an

O diagrama de fases da Figura 3 apresenta as combinações de valores de ### e h para os quais $\dot{\pi} = 0$ e $\dot{h} = 0$. As setas indicam as trajetórias dos movimentos em cada uma das quatro regiões em que as duas retas($\dot{\pi} = 0$ *e* $\dot{h} = 0$) dividem o plano.. O ponto onde h=0 e ### =0 é um ponto de sela. A trajetória SS converge para este ponto enquanto a trajetória NN diverge deste ponto.

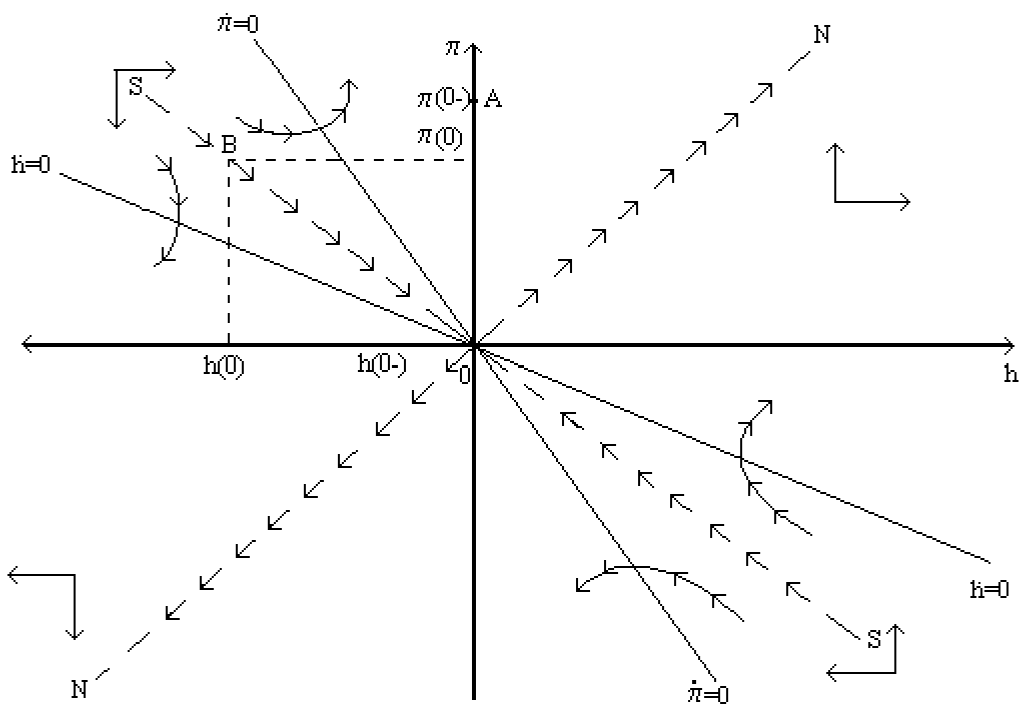


Figura 3 <u>Diagrama de Fases</u>

Admita-se que a economia encontra-se no momento antes do início do programa de estabilização no ponto A, em que a taxa de inflação é igual a ###(0-) e o hiato do produto é zero, h(0-)=0. A nova política monetária do programa de estabilização fará com que a economia mude inicialmente do ponto A para o ponto B, onde o hiato do produto é negativo e a taxa de inflação é menor do que aquela que vinha ocorrendo. A economia percorrerá, então, a trajetória SS convergindo para o equilíbrio de longo prazo, onde a taxa de inflação e o hiato do produto são ambos iguais a zero.

3. Política Monetária Ótima: Dois Exemplos

Nesta seção apresentaremos dois exemplos que mostram como calcular-se a política monetária ótima determinada na seção precedente. No primeiro exemplo, a inércia inflacionária é representada analiticamente pelo mecanismo de expectativa adaptativa, que atua tanto na demanda como na oferta agregada. No segundo exemplo, admitiremos que na demanda agregada a previsão é perfeita, enquanto no lado da oferta agregada existe uma componente inercial na inflação que também, por conveniência analítica, será representada pela fórmula da expectativa adaptativa.

3.1. Modelo com Expectativa Adaptativa

Considere o modelo formado pelas seguintes equações:

$$IS: Y = c_0 - c_1 (r - \pi^e) + c_2^{\,f}$$
$$LM: m - p = a_0 + a_1 y - a_2 r$$
$$CP: \pi = \pi^e + \delta(y - \bar{y})$$
$$EA: \dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e)$$

A primeira equação corresponde à curva IS; a segunda à curva LM, a terceira é a curva de Phillips, e a quarta equação é o mecanismo de expectativa adaptativa. Os símbolos têm o seguinte significado: *y* é o (logaritmo do) produto real, *r* é a taxa de juros nominal, ###^{e} é a taxa de inflação esperada, *f* é uma variável de política fiscal, *m* é o (logaritmo do) estoque de moeda, *p* é o (logaritmo do) índice, ### é ataxa de inflação($\pi = \dot{p} = dp/dt$), $\bar{y}$ é o (logaritmo do) produto potencial. As letras c_i, b_i, ### e ### representam parâmetros.

A equação de demanda agregada é obtida combinando-se as curvas IS e LM. Isto é:

$$y = k^* + \alpha(m - p) + \beta\pi^e + \gamma f$$

onde:

$$k^* = \frac{a_2\ c_0 - a_0\ c_1}{a_2 + a_1\ c_1}; \qquad \alpha = \frac{c_1}{a_2 + a_1\ c_1}$$

$$\beta = \frac{a_2\ c_1}{a_2 + a_1\ c_1}; \qquad \gamma = \frac{b_2}{a_2 + a_1\ c_1}$$

Introduzindo-se o hiato do produto $h = y - \bar{y}$, o modelo anterior transforma-se em :

$$= k + \alpha(m - p) + \beta\pi^e + \gamma f \qquad (27)$$

$$= \pi^e + \delta h \qquad (28)$$

$$= \theta(\pi - \pi^e) \qquad (29)$$

A equação do mecanismo de expectativa adaptativa pode ser escrita com auxílio do operador definido por $DX = dx/dt$, do seguinte modo;

$$\pi^e = \frac{\theta}{\theta + D}\pi$$

Substituindo-se este valor de ###e nas equações (27) e (28) obtém-se:

$$= \delta\alpha\pi + \theta\delta(1 + \beta\delta)h + \delta\alpha\mu \qquad (30)$$

$$h = \alpha\pi + \theta\beta\delta h + \alpha\mu \qquad (31)$$

onde admitimos que *f* é constante, e o símbolo μ é ataxa de crescimento da oferta de moeda, definida por:

$$\mu = Dm = \frac{dm}{dt}$$

A matriz A da expressão (5) neste caso é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\alpha & \theta\delta(1+\beta\delta) \\ \alpha & \theta\beta\delta \end{bmatrix}$$

cujo traço é igual a - ###(###-######), e cujo determinante é #########. Logo, para que o modelo seja estável devemos ter ###>######.

A matriz D neste exemplo é igual a::

$$D = \frac{1}{\Phi_2\,\delta^2 + \Phi_1} \begin{bmatrix} \Phi_2\,\delta^2(\rho+\theta) & \Phi_1\,\delta(\rho+\theta) \\ \Phi_2\,\delta(\rho+\theta) & \Phi_1\,\rho - \Phi_2\,\theta\delta^2 \end{bmatrix}$$

O traço desta matriz e seu determinante são::

trD = ### > 0

$$\left|D\right| = -\frac{\Phi_2 \ \theta\delta^2 \ (\rho + \theta)}{\Phi_1 + \Phi_2 \ \delta^2} \quad < 0$$

Admitiremos que antes do início do programa a economia estava em pleno emprego e que a moeda vinha crescendo a uma taxa constante igual a μ*. Num modelo com expectativas adaptativas, a taxa de inflação esperada é igual à taxa de expansão monetária que vinha ocorrendo até então. Isto é::

= ###^{i} (0) = ###^{e} (0) = ###**

As constantesC_1 e C_2 das equações (25) e (26) devem satisfazer às equações (7) e (8). Isto é:

$$C_1 = \mu * \quad \delta C_2$$

$$q\, C_1 = -\,\delta q \quad C_2 + \theta\delta \quad C_2$$

Logo:

$$C_1 = (1 - \frac{q}{\theta})\ \mu *$$

$$C_2 = \frac{q\ \mu *}{\delta\ \theta}$$

As trajetórias da taxa de inflação π e do hiato do produto h, são, então, dados por::

$$\pi = (1 - \frac{q}{\theta})\ \mu * \quad e^{-q\,t} \tag{32}$$

$$h = -\,\frac{q\,\mu *}{\delta\,\theta} \quad e^{-q\,t} \tag{33}$$

A taxa de crescimento da oferta de moeda pode ser facilmente obtida com auxílio da equação (31), pois:

$$\mu = \frac{1}{\alpha}(\dot{h} + \alpha\pi - \theta\beta\delta h)$$

Substituindo-se os valores anteriores de ### e *h* nesta expressão, obtém-se:

$$\mu = (1 - \frac{\alpha\,\beta\theta}{\alpha\,\theta}\,q + \frac{q^2}{\alpha\theta\delta})\;\mu *\,e^{-q\,t}$$

Observe-se que no momento inicial *(t=0)*, a taxa de expansão monetária ótima é diferente da taxa que vinha sendo mantida no passado *(###(0)* ### ###**)*.Por outro lado, há uma queda instantânea do produto, pois:

$$h(0) = -\frac{q\,\mu *}{\delta\theta} < 0$$

A Figura 4 descreve a trajetória da recessão criada pelo programa de estabilização. Esta recessão ocorre porque durante todo o programa, a cada instante, a taxa de inflação observada é menor do que a taxa de inflação antecipada pelos agentes econômicos como indicado na Figura 5.

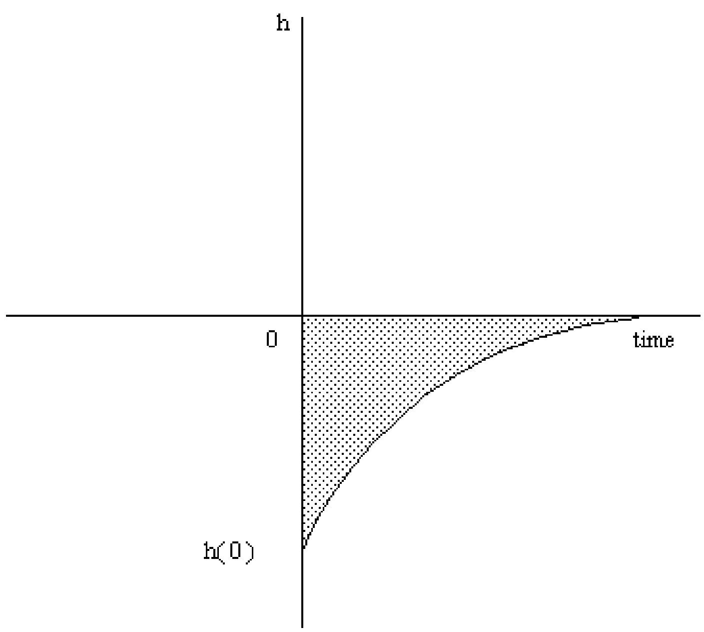


Figura 4. Trajetória da Recessão

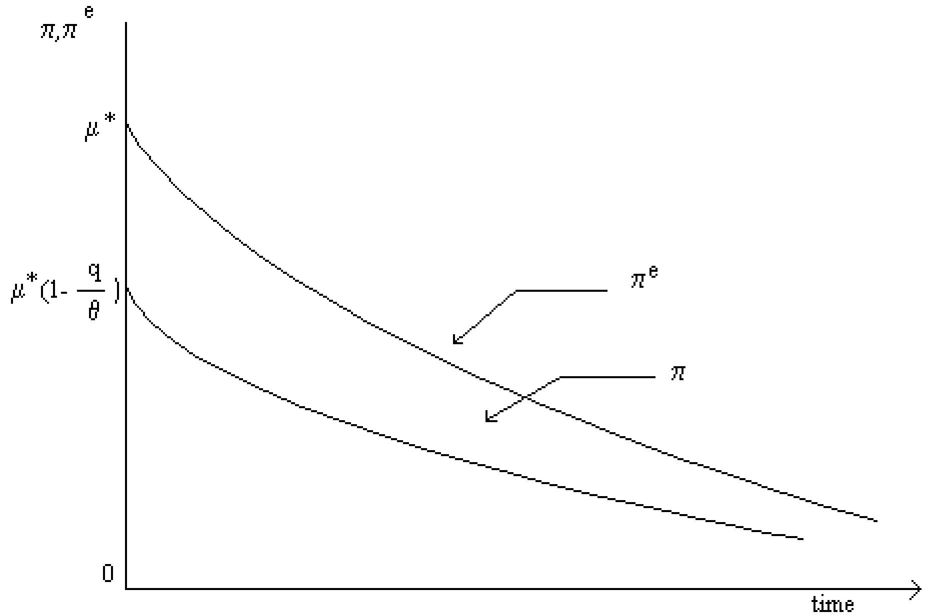


Figura 5. Taxas de Inflação Atual e Esperada

Seja *h(0-)* o valor do hiato do produto antes de começar o programa de estabilização. Segue-se da equação 927) que:

$$h(0) - h(0-) = \alpha\left[m(0) - m(0-) - p(0) + p(0-)\right] + \beta\left[\pi^e(0) - \pi^e(0-)\right] + \gamma\left[f(0) - f(0-)\right]$$

Neste modelo não ocorrem, por hipótese, saltos instantâneos na taxa de inflação esperada e no nível de preços. Logo:

$$\pi^e(0) = \pi^e(0-)$$

$$p(0) = p(0-)$$

Segue-se, portanto, que::

$$h(0) - h(0-) = \alpha\left[m(0) - m(0-)\right] + \gamma\left[f(0) - f(0-)\right]$$

Suponha-se que a política fiscal não seja alterada, *f(0) = f(0-)*, e que o hiato do produto antes de começar o programa de estabilização era igual a zero. Nestas circunstâncias:

$$m(0) = m(0-) + \frac{1}{\alpha} h(0)$$

Conclui-se, portanto, que a política monetária ótima do programa de estabilização começa com uma diminuição do estoque nominal de moeda, e que daí por diante a taxa de crescimento do estoque de moeda vai gradualmente diminuindo, de acordo com a trajetória dscrita na Figura 6.

A queda da taxa de inflação se dá também de maneira gradual. O índice de preços continua subindo, e vai se aproximando cada vez mais do seu nível de longo prazo, de acorddo com a trajetória da Figura 7.

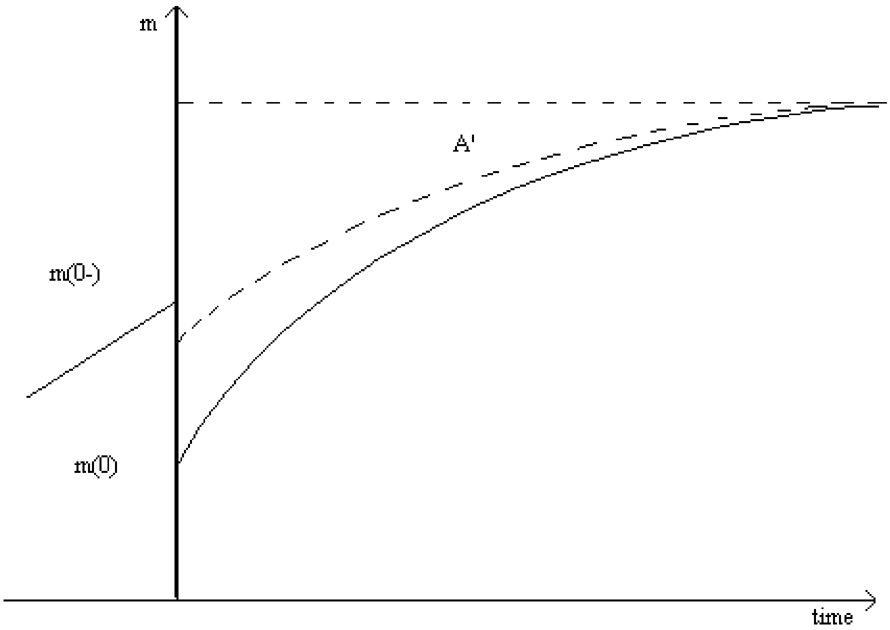


Figura 6. A Trajetória da Política Monetária Ótima

A política monetária ótima neste exemplo consiste: i) num choque monetário, no instante inicial, com a redução do estoque de moeda e ii) na redução gradual da taxa de crescimento do estoque de moeda ao longo do tempo. A economia muda do ponto A para o ponto B no diagrama de fases da Figura 3, com ataxa de inflação cedendo um pouco e a economia entrando em recessão com o hiato do produto negativo.. A redução da taxa de inflação e da recessão se fará gradualmente com a economia convergindo para o pleno emprego e para a inflação zero.

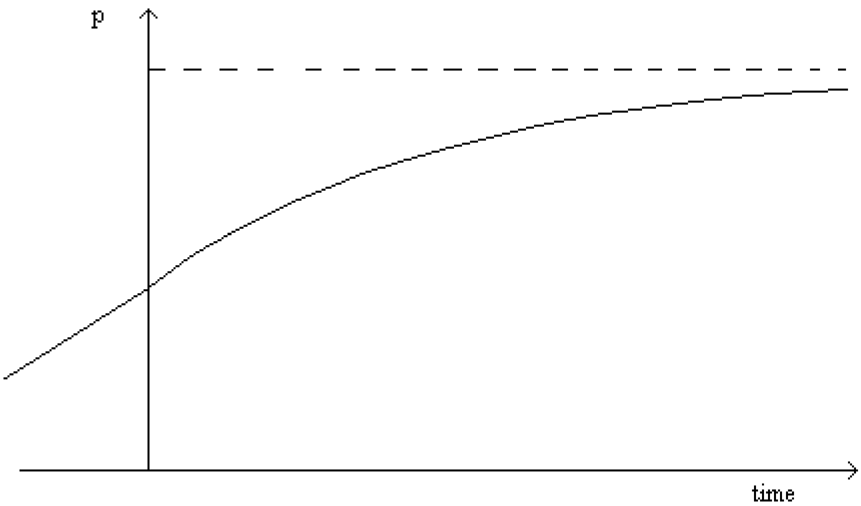


Figura 7. A Trajetória do Índice de Preços

3.2 Ajuste Instantâneo no Mercado de Ativos e Inércia nos Preços

Considere, agora, o modelo formado pelas seguintes equações:

$$= k + \alpha(m - p) + \beta\pi + \gamma f \qquad (36)$$

$$\pi = \pi^e + \delta h \qquad (37)$$

$$= \theta(\pi - \pi^e) \qquad (38)$$

A equação (36) resulta da equação (27) quando se faz $\pi^e = \pi$. Esta hipótese equivale a dizer que a previsão é perfeita no mercado de ativos, pois a taxa de juros nominal é igual à soma da taxa de juros real com a taxa de inflação observada. No lado da oferta agregada existe uma componente inercial na taxa de inflação, que é representada pelo mecanismo de expectativa adaptativa: As equações (37) e (38) são idênticas às equações (28) e (29).

Diferenciando-se com relação ao tempo ambos os lados da equação (36) e substituindo-se (38) em (37), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$= \alpha(\mu - \pi) + \beta\dot{\pi} \qquad (39)$$

$$= \delta\beta h + \delta\dot{h} \qquad (40)$$

que pode ser escrita como:

$$\frac{1}{1-\beta\delta}\begin{bmatrix} \delta\alpha & \delta\theta \\ \alpha & \beta\delta\theta \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{1-\beta\delta}\begin{bmatrix} \delta\mu \\ \alpha\mu \end{bmatrix}$$

A matriz A neste exemplo é dada por:

$$A = \frac{1}{1-\beta\delta}\begin{bmatrix} \delta\alpha & \delta\theta \\ \alpha & \beta\delta\theta \end{bmatrix}$$

O traço e o determinante desta matriz são iguais a :

$$tr\ A = \frac{-\delta(\alpha - \beta\theta)}{1-\beta\delta}$$

$$|A| = \frac{\alpha\delta\theta}{1-\beta\delta}$$

Para que este modelo seja estável: seus parâmetros devem satisfazer à seguinte desigualdade:

$$\beta < min \left\{ \frac{\alpha}{\theta} , \frac{1}{\delta} \right\}$$

O traço e o determinante da matriz D, da qual é obtida a solução ótima da política monetária, são dados por:

$$tr \; D = \rho$$

$$\left| D \right| = - \frac{\Phi_2 \; \Phi \, \delta^2 \; (\rho + \theta)}{\delta^2 \; \Phi_2 + \Phi_1}$$

Observe-se que o determinante da matriz D neste caso é exatamente igual ao valor do exemplo anterior. As trajetórias da taxa de inflação e do hiato do produto são, então, as mesmas das equações (32) e (33), repetidas aqui por conveniência:

$$\pi = (1 - \frac{q}{\theta}) \; \mu * \; e^{-q\,t}$$

$$h = - \frac{q\,\mu *}{\delta \theta} \; e^{-q\,t}$$

A taxa de crescimento do estoque de moeda é obtida a partir da equação (38), ou seja:

$$\mu = \pi + \frac{1}{\alpha} \, (\dot{h} - \beta \dot{\pi})$$

Substituindo-se os valores de### e *h* nesta expressão, obtém-se:

$$\mu = \left[- \frac{(\alpha - \beta \theta)}{\alpha \theta} \; q + \frac{(1 - \beta \delta)}{\alpha \theta \delta} \; q^2 \right] \mu * \, e^{-q\,t}$$

Comparando-se a taxa de crescimento do estoque de moeda, no momento inicial, neste caso com aquela da fórmula (34) é fácil verificar-se que a taxa de crescimento do estoque de moeda agora é menor do que a taxa correspondente do exemplo anterior.

Para analisar o que acontece com o estoque de moeda no momento inicial do programa de estabilização, utilizamos a equação (36) para escrever:

$$h(0) - h(0-) = \alpha \left[m(0) - m(0-) - \; p(0) + \; p(0-) \right] + \beta \left[\pi(0) - \pi(0-) \right] + \gamma \left[\; f\,(0) - \; f\,(0-) \right]$$

Adotando-se as mesmas hipóteses do exemplo precedente $\left[h(0-) = 0, \; p(0) = p(0-), \; f\,(0) = \; f\,(0-) \right]$ e o fato de que:

$$\pi(0) - \pi(0-) = (1 - \frac{q}{\theta}) \; \mu * - \mu * = - \frac{q\,\mu *}{\theta}$$

O estoque nominal de moeda é igual a:

$$m(0) = m(0-) + \frac{1}{\mu} h(0) + \frac{\beta q \mu *}{\alpha \theta} \qquad (42)$$

Este estoque inicial de moeda é maior do que o estoque correspondente do exemplo anterior, como se pode verificar comparando-se as expressões (42) e (35). A trajetória AA' da Figura 6 mostra a política monetária ótima neste exemplo: uma redução do estoque nominal de moeda no momento inicial do programa de estabilização, seguido por uma monetização à taxa decrescente do estoque de moeda.

A diferença básica entre este exemplo e o anterior deve-se ao comportamento da taxa de juros nominal. Como ela responde imediatamente ao declínio da taxa de inflação, a demanda de moeda aumenta. Conseqüentemente, o estoque de moeda inicial deve ser maior do que quando tal fato não acontece.

4. Conclusão

Existe uma longa discussão na literatura econômica quanto aos benefícios e custos associados aos tratamentos gradualista e de choque no combate à inflação. Recentemente, na América Latina, foi aplicado tratamento de choque no controle dos preços dos bens e serviços na economia. Todavia, nas áreas fiscal e monetária a opção dos encarregados pela política econômica foi pela omissão e negligência, ou quando muito se declarou intenções de ajustes fiscais, que não foram executados na prática. A inflação ignorou estes programas de estabilização e continuou sua trajetória explosiva.

Economistas a favor de um tratamento de choque aconselham o congelamento do estoque de moeda como uma maneira eficaz de combate à inflação. Economistas a favor de um tratamento gradualista, como Friedman, afirmam que "an ideal policy would... involve an initial decline in monetary growth, a subsequent rise when declining inflation reduces velocity, and a final decline to the desired long-run level when velocity stabilizes".[Friedman (1985), p. 19].

A determinação da política monetária ótima desenvolvida neste trabalho, num modelo de uma economia em que a inflação tem uma componente inercial, mostra que a política monetária ótima requer que no início do programa de estabilização o estoque de moeda deve ser diminuido, como propõe o tratamento de choque, e que subseqüentemente a taxa de crescimento do estoque de moeda deve ser reduzida gradualmente ao longo do tempo, como propõe o tratamento gradualista da inflação.

Bibliografia

BEAVIS, B. e I. Dobbs, (1990), Optimization and Stability Theory for Economic Analysis. Cambridge: Cambridge University Press.

CLARCK, Colin W., (1976), Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources .John Wiley, New York.

FRIEDMAN, Milton, (1985), Monetarism in Rhetoric and in Pratice, in Ando A., H.Eguchi, R. Farmer e Y. Suzuki, orgs., Monetary policy in our times MIT Press, Cambridge.

KAMIEN, M.I. e N. L. Schwartz, (1981), Dynamic optimization: the calculus of variations and optimal control in economics and management North-Holland, Amsterdam.

KENDRICK, D.A., (1976), Applications of Control Theory to Macroeconomics. Annals of Economic and Social Measurement, 5.

PITCHFORD, J.D. e S.J. Turnovsky, orgs.(1977). Applications of Control Theory to Economic Analysis. Amsterdam: North-Holland.

SEIERSTAD, A. e K. Sydsaeter, (1987), Optimal Control Theory with Economic Applications. Amsterdam: North-Holland.

THEIL, H., (1964), Optimal decision rules for government and industry, Amsterdam: North-Holland, .

TU, P.N.V., (1984), Introductory Optimization Dynamics. Berlim: Springer-Verlag